

Formulaire de développements limités usuels

Pour apprendre ces formules, il est conseillé d'en apprendre le **motif** : retenez le premier terme, puis le second, puis le troisième, jusqu'à ce que vous sachiez construire le DL à un ordre petit et fixé (par exemple 5 ou 6).

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + o_{x \rightarrow 0}(x^n)$$

(termes d'ordre pair de e^x) $\quad \operatorname{ch}x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o_{x \rightarrow 0}(x^{2n+1})$

(termes d'ordre impair de e^x) $\quad \operatorname{sh}x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o_{x \rightarrow 0}(x^{2n+2})$

(ch avec alternance de signe) $\quad \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o_{x \rightarrow 0}(x^{2n+1})$

(sh avec alternance de signe) $\quad \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o_{x \rightarrow 0}(x^{2n+2})$

(quotient de sin et cos) $\quad \tan(x) = x + \frac{x^3}{3} + o_{x \rightarrow 0}(x^3)$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n + o_{x \rightarrow 0}(x^n)$$

($x \rightarrow -x$ dans le DL ci-dessus) $\quad \frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots + (-1)^n x^n + o_{x \rightarrow 0}(x^n)$

(intégration du DL ci-dessus) $\quad \ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} + o_{x \rightarrow 0}(x^n)$

($x \rightarrow x^2$ dans le DL de $\frac{1}{1+x}$) $\quad \frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \dots + (-1)^n x^{2n} + o_{x \rightarrow 0}(x^{2n})$

(intégration du DL ci-dessus) $\quad \arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + o_{x \rightarrow 0}(x^{2n+1})$

$$\forall \alpha \in \mathbb{R} \quad (1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!} x^3 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} x^n + o_{x \rightarrow 0}(x^n)$$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 + o_{x \rightarrow 0}(x^3) \quad \left(\alpha = \frac{1}{2}, n = 3 \right)$$